PM004 - Métodos Numéricos e Aplicações

`http://www.ime.unicamp.br/~campello/pm004`

Atividade 1 - Zeros de Funções de Uma Variável

Data: 29/01/2014

O seguinte código realiza o método de Newton na função $x^2 - 1$ e armazena os pontos em uma matriz 10×2. Ele pode ser útil no trabalho.

$A = \text{ConstantArray}[0, 10];$
$f[x\_] := x^2 - 1;$
$x = 0.4;$
$\text{For}[i = 1, i <= 10, i++,$
$A[[i]] = \{x, f[x]\};$
$x = x - f[x]/f'[x];$
$]$

Exercício 1. Implemente um método que realize o Método da Bissecção para uma função qualquer. Teste o método para achar uma solução aproximada de $x = \cos[x]$ e $1/x = \ln x$, com pontos iniciais diferentes e critérios de parada convenientes. Compare o erro relativo em cada iteração com a fórmula de erro teórica. Há alguma discrepância?

Exercício 2. Faça o mesmo para os métodos de Newton e da Secante. Para ambos os casos, verifique graficamente que a solução está convergindo para alguma das raízes. (Dica: Utilize a matriz A acima e os comandos Plot/ListPlot para tal)

Exercício 3. Considere a função $f(x) = x^3 - x$. Verifique que a função possui 3 raízes reais. Encontre estimativas inicias para as quais o método de Newton converge para a raiz positiva e estimativas para os quais o método converge para raiz positiva.

Exercício 4. No exercício acima, considere agora o método da secante. Faça com que o seu código calcule a cada iteração:

- $|x_{k+1} - x_k|/|x_k - x_{k-1}|$
- $|x_{k+1} - x_k|/|x_k - x_{k-1}|^2$
- $|x_{k+1} - x_k|/|x_k - x_{k-1}|^\alpha$, onde $\alpha = \frac{1+\sqrt{2}}{5}$.

Qual razão parece ir para: ∞, 0 e uma constante $C \neq 0$? Explique. (p.s.: para esse exercício fazer sentido, é necessário ter "várias" iterações, portanto você deve escolher duas aproximações inicias "longe" das raizes).